Paolo Salimbeni

I Sudoku

Paolo Salimbeni

Edizione 7E501

Testi ludici

Prima edizione: 01 / 2021

Prefazione

Il primo Sudoku moderno fu pubblicato nel 1970 con il nome **Number Place** (il posto dei numeri) sulla rivista di enigmistica americana "**Math Puzzles and Logic Problems**" edizioni **Dell Puzzle Magazine**.

Il creatore di *Number Place* è stato l'architetto americano **Howard Garns** (1905 - 1989) che ha visto riconosciuto il suo lavoro e ha guadagnato la fama solo dopo la sua morte.

Nel 1984 il gioco arrivò in Giappone dove acquisì il nome di Sudoku, contrazione delle parole «**SU**ji wa **DOKU**shin ni kagirua», che in giapponese significa «*deve essere scritta una cifra sola*» o «*numeri singoli*» oppure «*cifra unica*».

Nel 1997 un giudice di Hong Kong in pensione appassionato di giochi matematici e di enigmistica, il neozelandese **Wayne Gould** (1945 - ?), trovò una pubblicazione dei Sudoku e iniziò a studiare un programma informatico per creare giochi validi, cioè con una soluzione unica. Ci riuscì sei anni più tardi e propose i suoi Sudoku al *The Times,* conoscendo la lunga tradizione enigmistica dei quotidiani inglesi.

Il primo fu pubblicato il 12 novembre 2004 e da lì la mania è esplosa in tutto il mondo.

Ringraziamenti

Un ringraziamento particolare agli amici: **Giuseppe Frau**, **Paolo Desogus**, **Pierpaolo Corona**, (in rigoroso ordine alfabetico per *nome*), che, lette le bozze quasi definitive del lavoro, lo hanno *benevolmente criticato* sia indicandomi e sviste e lacune sia fornendomi ed osservazioni e consigli.

L'Autore sarà grato a tutti quelli che gli segnaleranno eventuali od *errori* od *imprecisioni* (sono graditi anche e *consigli* e *opinioni*).

Paololuigi Salimbeni via P. Cavaro, 73 09131 Cagliari
cellulare: +39 3493897629
e-mail: p.salimba@gmail.com

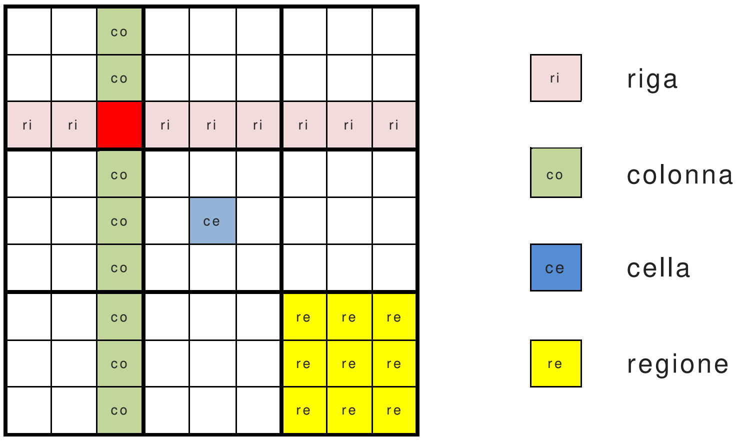
Questa ed altre dispense, sempre dello stesso Autore, nel sito di **Paolo Salimbeni** «http://www.paolosalimbeni.it»; vedi in: **Dispense**.

Dello stesso Autore, e nel medesimo sito, alcune presentazioni in ***PowerPoint***; vedi in: **Presentazioni**.

I Sudoku

Premessa

Il **Sudoku** (in giapponese: 数独, *sūdoku*, nome completo 数字は独身に限る ***Sūjiwa dokushin ni kagiru***, che in italiano può essere tradotto in "*sono consentiti solo numeri solitari*") è un gioco di logica nel quale al giocatore (o solutore) viene proposta una ***griglia*** di (9 × 9) composta da «81» ***celle***, ciascuna delle quali o può contenere un numero da «1» a «9» o può essere vuota; la griglia è suddivisa e in «9» ***righe*** orizzontali, e in «9» ***colonne*** verticali e in «9» *sottogriglie* di (3 × 3) *celle* contigue; queste *sottogriglie* sono delimitate da bordi in neretto e chiamate ***regioni*** (o blocchi).



Precisazioni
La casella in **rosso** appartiene sia alla **riga** sia alla **colonna**.

Le *griglie* proposte al giocatore hanno da «20» a «35» *celle* contenenti un numero.

Lo scopo del gioco è quello di riempire le celle bianche con numeri da «1» a «9» in modo tale che in ogni riga, in ogni colonna e in ogni regione siano presenti tutte le cifre da «1» a «9», quindi senza ripetizioni. In tal senso lo schema, una volta riempito correttamente, appare come un quadrato latino.

Il gioco fu inventato dal matematico svizzero **Eulero da Basilea** (1707-1783); la versione moderna del gioco fu pubblicata per la prima volta nel «1979» dall'architetto statunitense **Howard Garns** (1905 – 1989) all'interno del "**Dell Magazines**" con il titolo **Number Place**.

In seguito fu diffuso in Giappone dalla casa editrice **Nikoli** nel «1984», col nome originale di ***Suji wa dokushin ni kagiru***, ovvero «*Numeri limitati ad una sola persona*», nome sintetizzato poi in ***Sudoku***, ovvero «*Numeri unici*»; divenne noto a livello internazionale soltanto a partire dal «2005».

Per meglio spiegarmi in seguito, ogni regione è stata identificata da una lettera greca come nello schema sottostante.

	α			β			γ	
	δ			ε			ζ	
	η			θ			ι	

La procedura risolutiva non è univoca, ma può variare anche significativamente in base ed all'intuito ed alla capacità intellettuale del giocatore.

Descrizione matematica

Come tutti i giochi logici, il Sudoku può essere descritto completamente mediante nozioni di logica; in questo caso si applica la combinatoria.

Il gioco si svolge in matrici (o puzles), che chiamiamo *matrici Sudoku* e che si presentano come una griglia (9 × 9) le cui celle possono contenere un elemento di un insieme di «9» oggetti distinguibili, oppure un ulteriore oggetto diverso dai precedenti che conosceremo poco oltre.

Per localizzare ogni cella, conveniamo: che le righe delle matrici siano individuate dagli interi dall'«1» al «9» e che le colonne delle matrici siano individuate dalle lettere dall'«a» all'«i», che i nove oggetti siano gli interi dell'insieme 9 := {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, che l'oggetto ulteriore sia denotato con la lettera «V» e che una cella contenente «V» sia detta cella vuota (o bianca).

Una matrice Sudoku «M» viene considerata suddivisa in «9» blocchi di aspetto (3 × 3) che denotiamo «$B_{h,k}$» con «h», «k = 1, 2, 3»; il blocco «$B_{h,k}$» riguarda, per la matrice M, le righe relative agli indici e «3h-2» e «3h-1» e «3h» e le colonne relative agli indici e «3k-2» e «3k-1» e «3k».

In ogni riga, colonna e regione di una matrice Sudoku i valori interi non possono essere ripetuti.

Una *istanza di Sudoku*, detta anche *griglia proposta* o *matrice incompleta*, è una matrice Sudoku che presenta alcune celle bianche; scopo del gioco è la trasformazione della griglia proposta in una *matrice completa*, cioè in una matrice priva di celle bianche e quindi tale che in ogni e sua riga e sua colonna e sua regione compaiano tutti gli elementi di «9» (ciascuno una sola volta).

Si osserva che una matrice Sudoku completa è un quadrato latino di ordine 9 avente per blocchi matrici (3 × 3) con i nove numeri da «1» a «9».

Affinché una matrice incompleta sia considerata valida, ai fini del gioco, è necessario che la soluzione sia univoca, ovvero non devono sussistere due o più soluzioni differenti, nei quali casi il gioco viene considerato non valido. Nei casi di varianti di sudoku (per esempio: *killer*, *jigsaw*, *x*, *toroidale*, ecc.) ulteriori condizioni devono essere verificate affinché la matrice risulti valida. La difficoltà di un Sudoku non è data dalla quantità di numeri iniziali, bensì dalla loro disposizione.

Le soluzioni di una qualsiasi altra matrice incompleta sono un sottoinsieme delle soluzioni della matrice vuota.

Il numero delle soluzioni del sudoku classico è «6 670 903 752 021 072 936 960» (poco meno di «$6{,}671 \bullet 10^{21}$»); il numero delle soluzioni sostanzialmente diverse, escludendo le simmetrie dovute od a rotazioni od a riflessioni od a permutazioni od a rietichettature, è «5 472 730 538» (poco meno di «$5{,}473 \bullet 10^{9}$».

Storicamente questo gioco è un caso ben più facile da risolvere di un antico e famoso gioco di logica-matematica cui si è dedicato anche e il matematico e fisico svizzero **Eulero da Basilea** (1707 - 1783); si tratta dei *quadrati greco-latini*. In questo caso, a differenza del Sudoku, non vi sono griglie interne e l'unica condizione da rispettare è che in ogni riga ed in ogni colonna compaiano tutti i numeri da «1» a «n × n» una volta ed una volta sola, dove «n» è la dimensione del quadrato (nel caso del Sudoku n = 9). Inoltre occorre sovrapporre «n» soluzioni di questo tipo (dette quadrati latini) in modo che ciascuna cella abbia una *n-upla* distinta.

Al contrario di quanto spesso si afferma, il Sudoku è un gioco di logica e non di matematica e non ha a che fare con i numeri; le proprietà dei numeri non vengono mai utilizzate e neppure viene mai utilizzato il fatto che siano dei numeri.

Per rendersi conto della cosa basta pensare che il gioco sarebbe esattamente identico se anziché i primi nove numeri si usassero le prime nove lettere dell'alfabeto oppure nove simboli diversi tra loro (non c'è nemmeno bisogno che tra i simboli sussista un ordine).

Tuttavia alcuni ricercatori matematici hanno messo in evidenza molti legami tra i Sudoku ed i quadrati magici.

Sui metodi risolutivi

Esistono diversi metodi risolutivi per questo gioco, tutti poco legati alla matematica e strettamente connessi alla logica.

Alcune tecniche mirano a trovare la soluzione della cella analizzando le righe, colonne e sottogriglie e calcolando tutti i possibili numeri candidati delle celle; altre tecniche mirano alla sola cancellazione di alcuni numeri candidati da alcune celle ben definite.

I candidati di una cella sono i numeri che sono ammessi come soluzione nella medesima, ossia sono i numeri da «1» a «9» esclusi quelli già presenti e nelle righe e nelle colonne e nelle regioni, e quelli eliminati da successive elaborazioni.

La maggior parte dei Sudoku pubblicati sui quotidiani possono essere risolti utilizzando esclusivamente il ragionamento deduttivo.

Affinché ciò sia possibile il Sudoku deve avere una soluzione unica e non deve rendersi necessario procedere per prove ed errori, in quanto il Sudoku è gioco di logica e non di azzardo.

Per eliminazioni successive (*Naked Single*)

Nello schema «a_{a1}» è riportato un esempio con le annotazioni dei possibili numeri in ogni cella, ***numeri candidati*** (o numeri ammessi).

Questo metodo prevede che si possa cancellare il contenuto delle celle.

Si inizia scrivendo in ogni cella libera tutti i numeri candidati, dopo aver eliminato, dalle nove cifre teoricamente ammesse, quelle già presenti e nella riga e nella colonna e nella regione (3 x 3) a cui la cella appartiene.

Si esamina poi la tabella alla ricerca di scelte obbligate e si procede alla cancellazione successiva delle scelte effettuate dalle corrispondenti celle e della colonna e della riga e della regione; in altre parole si va ad inserire la soluzione in una cella quando questa ha un solo possibile candidato.

Esistono in rete delle tabelle risolutive per il Sudoku precompilate con tutti i numeri dall'uno al nove per ogni cella; l'utilizzo di queste tabelle risolutive consente la risoluzione dello schema senza dover eseguire cancellature.

Esistono anche programmi che implementano queste tabelle in forma interattiva.

Nello schema «$\mathbf{a}_{\mathbf{a1}}$» è riportata una griglia di Sudoku nella quale si visualizza come si possono indicare i numeri che interessano segnandoli nelle rispettive celle.

Osservazioni

Nella cella «a1», nei numer randidati, non compare l'«1» perché è presente nella cella «b1», non compare il «2» perché è presente nella cella «h1», non compare il «5» perché è presente nella cella «a3», non compare il «3» perché è presente nella cella «a4», non compare il «9» perché è presente nella cella «a8», non compare il «6» perché è presente nella regione «α» a cui appartiene la cella «a1».

$\mathbf{a}_{\mathbf{a1}}$

4 7 8	1	4 8 9	3 4 5 6 8	3 4 5 8	3 4 6	5 7 8 9	2	4 5 8	1
2 4 7 8	3	2 4 8	2 4 5 8	9	2 4	5 7 8	1	6	2
5	6	2 4 8 9	1 2 4 8	7	2 4	8 9	4 9	3	3
3	2 4 5 9	7	1 2 4 5 9	1 4 5	8	1 2 5 6	4 5 6	1 4 5	4
1 2 4 6	2 4 5	1 2 4	1 2 3 4 5 7	1 3 4 5	2 3 4 7	1 2 3 5 6 7	8	9	5
1 2 4 8	2 4 5 8 9	1 2 4 8 9	1 2 3 4 5 7 9	6	2 3 4 7 9	1 2 3 5 7	3 4 5 7	1 4 5	6
1 7 8	7 8	6	3 7 8 9	2	5	4	3 9	1 8	7
9	2 4 8	5	3 4 6 8	3 4 8	1	3 6 8	3 6	7	8
1 4 7 8	4 7 8	3	4 6 7 8 9	4 8	4 6 7 9	1 5 6 8 9	5 6 9	2	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Se analizziamo la colonna «a», possiamo costatare che l'unica cella in cui è possibile inserire il «6», è quella «a5»; ed è proprio in questa cella che andremo a segnare il numero «**6**», dopo aver cancellato tutti i numeri candidati presenti nella cella «a5».

Se analizziamo la riga «3», possiamo costatare che l'unica cella in cui è possibile inserire l'«1», è quella «d3»; ed è proprio in questa cella che andremo a segnare il numero «**1**», dopo aver cancellato tutti i numeri candidati presenti nella cella «d3».

Osservazioni

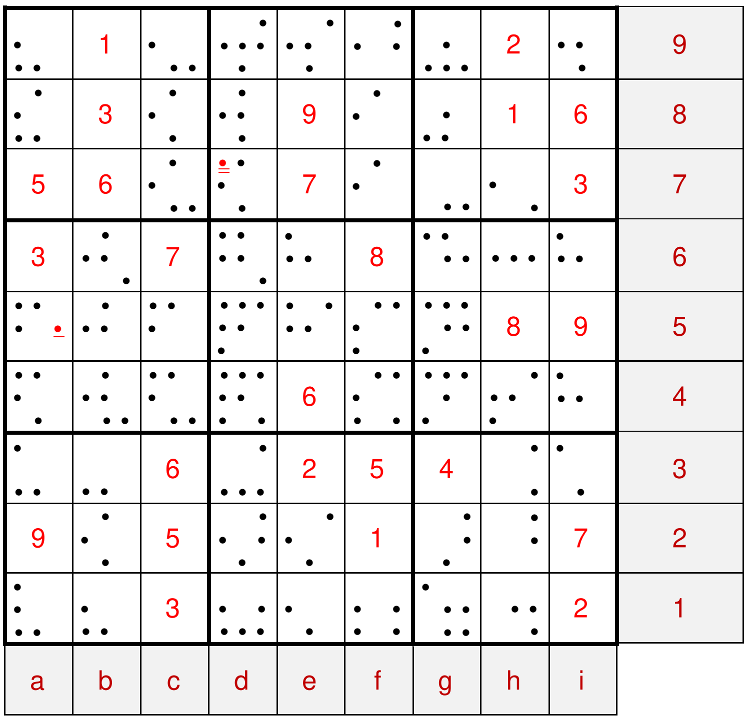
Per comprendere il motivo delle precedenti affermazioni bisogna vedere più avanti

a_{a2}

4 7 8	1	4 8 9	3 4 5 6 8	3 4 5 8	3 4 6	5 7 8 9	2	4 5 8	1
2 4 7 8	3	2 4 8	2 4 5 8	9	2 4	5 7 8	1	6	2
5	6	2 4 8 9	**1**	7	2 4	8 9	4 9	3	3
3	2 4 5 9	7	1 2 4 5 9	1 4 5	8	1 2 5 6	4 5 6	1 4 5	4
6	2 4 5	1 2 4	1 2 3 4 5 7	1 3 4 5	2 3 4 7	1 2 3 5 6 7	8	9	5
1 2 4 8	2 4 5 8 9	1 2 4 8 9	1 2 3 4 5 7 9	6	2 3 4 7 9	1 2 3 5 7	3 4 5 7	1 4 5	6
1 7 8	7 8	6	3 7 8 9	2	5	4	3 9	1 8	7
9	2 4 8	5	3 4 6 8	3 4 8	1	3 6 8	3 6	7	8
1 4 7 8	4 7 8	3	4 6 7 8 9	4 8	4 6 7 9	1 5 6 8 9	5 6 9	2	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Nello schema «a_{a3}» è riportata una griglia di Sudoku nella quale si visualizza come si possono indicare i numeri che interessano (numeri candidati) segnando soltanto dei cerchietti al posto dei numeri; la posizione dei cerchietti indica il numero..

a_{a3}



Altri metodi risolutivi

Abbiamogià detto che per risolvere un Sudoku non si devono utilizzare dei matodi strettamente matematici (il Sudoku sarebbe concettualmente uguale anche se, al posto dei numeri, si usassero o nove lettere o nove segni qualsiasi), ma si devono seguire, per contro, delle strategie logiche.

Nel seguito presentiamo e le più semplici e le più note strategie che possono essere messe in atto per la risoluzione di un Sudoku.

Per "zone proibite" (*Hidden Single*)

Uno schema in cui si sta cercando il numero «6».

Questa tecnica da sola non è sufficiente a risolvere completamente un Sudoku (a meno che non sia molto facile), ma è un valido complemento nella risoluzione di tutti gli schemi e accelera di molto la ricerca della soluzione; si tratta di esaminare la disposizione di uno dei numeri che compare già due volte in tre regioni di fila per controllare se, nella terza regione dove non è presente, nella linea dove non è presente, sono impedite tutte le altre posizioni meno una, che quindi deve essere quella giusta per quel numero.

Nello schema «x_2» si riporta un esempio per il numero «6».

Il «6» è presente sia nella colonna «b» sia nella colonna «c» (evidenziate in rosa), per cui deve essere inserito in una cella della colonna «a».

Il «6» potrebbe, pertanto, essere inserito soltanto nelle celle e «a4» e «a5» e «a6», ma il «6» è altresì presente nella riga «6» (evidenziata in rosa), per cui si deve escudere la cella «a6», mentre la cella «a4» è già occupata dal numero «3».

L'unica cella possibile, in cui inserire il «**6**» (evidenziato in **azzurro**) resta, pertanto, la «a6» (evidenziata in **verde**).

x_2

	1						2		1
	3			9			1	6	2
5	**6**			7				3	3
3		7			8				4
6							8	9	5
				6					6
		6		2	5	4			7
9		5			1			7	8
		3						2	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Block and Column/Row Interactions/ 'Tertium non datur'

Per applicare questa tecnica è sufficiente verificare solo i numeri candidati all'inserimento nelle sottogriglie: se, entro una data sottogriglia, un candidato è presente solo ed esclusivamente in una certa riga o in una certa colonna, allora esso può essere eliminato in quella riga o colonna dalle celle che non appartengono alla sottogriglia di partenza.

Nello schema «x_3» a destra viene riportato un esempio pratico della tecnica; i numeri nelle celle evidenziate in verde sono i numeri già inseriti all'inizio nello schema, mentre quelli piccoli sono i candidati possibili della cella.

Se andiamo ad osservare la prima sottogriglia notiamo che il candidato «7» è presente solo nelle celle evidenziate in rosso, che si trovano entrambe sulla seconda colonna. In quella sottogriglia il «7» è obbligato a stare nella seconda colonna. Questa informazione è sufficiente per procedere all'eliminazione del candidato «7» nella seconda colonna dalle celle che non appartengono alla prima sottogriglia (le celle evidenziate in giallo).

X_3

3	1 2 7 8 9	6	1 2 4 5 8 9	1 2 4 5 8 9	1 2 4 5 8 9	1 2 4 5 7 8 9	1 2 4 5 7 8 9	1 2 4 5 7 8 9	1
1 2 7 8 9	1 2 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	7	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	2
4	1 2 7 8 9	5	1 2 3 6 8 9	1 2 3 6 8 9	1 2 3 6 8 9	1 2 3 6 7 8 9	1 2 3 6 7 8 9	1 2 3 6 7 8 9	3
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	4
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	5
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	6
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	7
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8
1 2 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Block Interactions/'Tertium non datur'

Questa tecnica analizza i candidati delle celle a gruppi di due sottogriglie orizzontali o verticali tra di loro. Nell'esempio viene analizzata la sottogriglia centrale con quella centrale in alto.

X_4

1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	3	6 7 8	6 8 9	7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1
1 3 7 8 9	1 7 8 9	1 6 7 8 9	4	2	5	1 3 6 7 8 9	1 3 6 7 8 9	1 3 6 7 8 9	2
2 3 4 5 6 7 8 9	2 4 5 6 7 8 9	2 4 5 6 7 8 9	2 3 5 6 7 8	3 4 5 6 7 8 9	1	2 3 4 5 6 7 8 9	2 3 4 5 6 7 8 9	2 3 4 5 6 7 8 9	3
1 2 3 5 6 7 8	1 2 5 6 8	1 2 5 6 7 8	9	1 3 5 6 8	4	1 2 3 5 6 7 8	1 2 3 5 6 7 8	1 2 3 5 6 7 8	4
1 2 4 5 6 7 8 9	3	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 5 6 7 8	1 4 5 6 8 9	2 5 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	5
1 2 3 4 5 8 9	1 2 4 5 8 9	1 2 4 5 8 9	1 2 3 5 8	7	6	1 2 3 4 5 8 9	1 2 3 4 5 8 9	1 2 3 4 5 8 9	6
1 2 3 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 3 5 6 7 8	1 3 4 5 6 8 9	2 3 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	7
1 2 3 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 3 5 6 7 8	1 3 4 5 6 8 9	2 3 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8
1 2 3 5 6 7 8 9	1 2 4 5 6 8 9	1 2 4 5 6 7 8 9	1 2 3 5 6 7 8	1 3 4 5 6 8 9	2 3 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Nell'immagine notiamo che il candidato «3» è presente in due sole colonne tra le due sottogriglie prese in analisi; se nella sottogriglia più in alto il candidato «3» è nella quarta colonna, nella sottogriglia più in basso il candidato «3» dovrà risiedere obbligatoriamente nella quinta colonna.

Nel secondo caso il candidato «3» sta nella sottogriglia più in alto, nella quinta colonna, obbligando nella sottogriglia centrale l'inserimento del «3» nella quarta colonna; in tutti i casi possibili il «3» viene escluso dalla possibilità di essere inserito nelle celle evidenziate in giallo.

Per questo motivo, l'informazione che un candidato sia presente in due sole colonne in due sottogriglie, ci consente di eliminare il candidato dalle celle in quelle colonne che non appartengono alle sottogriglie che abbiamo appena analizzato.

Se le due sottogriglie che andiamo ad analizzare sono allineate orizzontalmente dobbiamo verificare che i candidati siano presenti in due sole righe; se le sottogriglie sono allineate verticalmente, come nell'esempio, dobbiamo verificare che siano su due sole colonne.

Ancora sui numeri candidati

A differenza delle precedenti, questa tecnica è applicabile a qualsiasi gruppo (o colonna o riga o regione); essa si basa sul postulato che all'interno di un gruppo in «n» celle devono esistere esattamente «n» numeri, da cui per il corollario pragmatico della scelta è possibile ridurre il numero di candidati nelle celle del gruppo.

Sia ogni cella libera rappresentata dalla sequenza dei suoi «n» numeri candidati, così riportati $\{x_1 \ldots, x_n\}$.

a) Se in una cella è presente un unico numero candidato, allora quel numero candidato è l'unico che può essere inserito in quella cella.

Si prende,come esempio, il seguente schema di numeri candidati per cella:

{2,4,6} {2,3,4,6,} {2,3,4,5,6} **{8}** {2,9} {4,7,9} {2,3,7,9}

Nella 4° cella libera, in **grassetto**, l'unico numero che può essere inserito è l'«8».

b) Se in un gruppo un numero candidato è presente solo in una cella, allora quel numero candidato è l'unico che può essere inserito in quella cella.

Si prende,come esempio, il seguente schema di numeri candidati per cella:

{2,4,6} {2,3,4,6,} **{2,3,4,5,6}** {2,7,9} {2,9} {4,7,9} {2,3,7,9}

Nella 3° cella libera, in **grassetto**, l'unico numero che può essere inserito è il «5», poiché il «5» è presente solo nella 3° cella libera.

c) Se in un gruppo la stessa sequenza di «n» numeri candidati è presente «n» volte, allora i candidati di questa possono essere esclusi dalle altre celle

Si prende,come esempio, il seguente schema di numeri candidati per cella:

{4,5} {4,7,9} **{4,5}** {7,9} {4,5,9,1}

Nell'esempio, solo *due* celle (quelle in grassetto) hanno la stessa sequenza di due numeri candidati {4,5}, possiamo quindi escludere tali candidati dalle altre celle, semplificando così le possibili soluzioni:

{4, 5} {7, 9} {4, 5} {7, 9} {9, 1}

Poiché il «4» e il «5» sono obbligati ad essere nelle due celle individuate; se, infatti, uno di essi fosse in una cella differente, si arriverebbe ad una situazione in cui una celle rimarrebbe vuota.

Abbiamo ora altre *due* celle che possono ospitare la stessa sequenza {7,9}:

{4, 5} **{7, 9}** {4, 5} **{7, 9}** {9, 1}

Possiamo, pertanto, eliminare, il «9» da tutte le altre celle (il «7» non è presente in nessun'altra cella):

{4, 5} {7, 9} {4, 5} {7, 9} {1}

Troviamo così una soluzione nell'ultima cella a destra che contiene un unico numero candidato; l'«1».

La risoluzione vale anche per *compresenze* triple, quadruple e così via:

{4, 5, 7} {4, 5, 7} {1, 4, 5, 7, 9} **{4, 5, 7}** {1, 4, 5, 7, 9}

è evidente che *tre* celle (quelle in grassetto) presentano tutti i medesimi numeri candidati ed il «4» ed il «5» ed il «7»; questi numeri possono essere solo in queste tre celle.

Di conseguenza, semplificando, avremo:

{4, 5, 7} {4, 5, 7} {1, 9} {4, 5, 7} {1, 9}.

d) Se in un gruppo gli stessi «n» numeri candidati sono presenti esattamente nelle stesse sequenze, allora è possibile escludere gli altri candidati da tali celle

Nell'esempio che segue il «5» ed il «9» compaiono solo nella 1° e 4° cella, quindi il gruppo:

{4, 5, 8, 9} {2, 3, 4, 6, 8} {2, 3, 4, 6, 8} {2, 3, 4, 5, 9}

diventa:

{5, 9} {2, 3, 4, 6, 8} {2, 3, 4, 6, 8} {5, 9}.

Un eventuale procedimento risolutivo

Dalla costatazione che in una eventuale versione stampata in scala di grigi i vari colori sono difficilmente distinguibili poiché hanno quasi la stessa intensità, si è ritenuto opportuno, per renderli più riconoscibili, di abbinarvi un segno grafico.

In tutti gli schemi seguenti, i numeri in ***verde*** hanno una sottolineatura singola «N», i numeri in ***rosso*** hanno una sottolineatura doppia «N», i numeri in ***azzurro*** hanno una sottolineatura irregolare «N».

x) In questo schema iniziale, è rappresentata la griglia iniziale (9 x 9) nella quale vi sono «30» celle già occupate da cifre.

a_1) Prendiamo in considerazione il numero «6»; il «6» è presente sia nelle colonne e «a» e «b» (celle e «a2» e «b7» in **verde**) sia nelle regioni e «α» e «η» per cui può essere inserito soltanto sia nella colonna «c» sia nella regione «δ».

Il numero «6» e altresì presente nelle righe e «4» e «6» (celle e «e4» e «i6» in **rosa**) per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «δ», è la «c5» in **giallo** [il «6» è indicato in **rosso**].

Osservazioni

Più avanti non si indicheranno più le celle prese in esame colorandole con i diversi colori.

a_2) Prendiamo in considerazione il numero «8»; l'«8» è presente sia nelle colonne e «a» e «c» sia nelle regioni e «α» e «δ» per cui può essere inserito soltanto sia nella colonna «b» sia nella regione «η».

Il numero «8» e altresì presente nelle righe e «7» e «9» per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «η», è la «b8» [l'«8» è indicato in **azzurro**].

a_3) Prendiamo in considerazione ancora il numero «8»; l'«8» è presente sia nelle righe e «4» e «5» sia nelle regioni e «δ» e «ε» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «6» sia nella regione «ζ».

Il numero «8» e altresì presente nella colonna «h», mentre la colonna «i» è già occupata dal numero «6», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «ζ», è la «g6» [l'«8» è indicato in **verde**].

x

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3			7				
2	6			1	9	5			
3		9	8					6	
4	8				6				3
5	4			8		3			1
6	7				2				6
7		6					2	8	
8				4	1	9			5
9					8			7	9

a

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3			7				
2	6			1	9	5			
3		9	8					6	
4	8				6				3
5	4		6	8		3			1
6	7				2		8		6
7		6					2	8	
8		8		4	1	9			5
9					8			7	9

b_1) Prendiamo in considerazione ancora il numero «8»; l'«8» è presente sia nelle colonne e «d» e «e» sia nelle regioni e «ε» e «θ» per cui può essere inserito soltanto sia nella colonna «f» sia nella regione «β».

Il numero «8» e altresì presente nella riga «3», mentre la riga «2» è già occupata dal «5», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «β», è la «f1» [l'«8» è indicato in **rosso**].

b_2) Prendiamo in considerazione ancora il numero «8»; l'«8» è presente sia nelle colonne e «g» e «h» sia nelle regioni e «ζ» e «ι» per cui può essere inserito soltanto sia nella colonna «i» sia nella regione «γ».

Il numero «8» e altresì presente nelle righe e «1» e «3» per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «γ», è la «i2» [l'«8» è indicato in **Azzurro**].

b_3) Prendiamo in considerazione il numero «5»; il «5» è presente sia nelle righe e «1» e «2» sia nelle regioni e «α» e «β» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «3» sia nella regione «γ».

Il numero «5» e altresì presente nella colonna «i», mentre la colonna «h» è già occupata dal «6», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «γ», è la «g3» [il «5» è indicato in **Verde**].

c_1) Prendiamo in considerazione il numero «3»; il «3» è presente sia nelle righe e «4» e «5» sia nelle regioni e «ε» e «ζ» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «6» sia nella regione «δ».

Il numero «3» e altresì presente nella colonna «b», mentre la colonna «a» è già occupata dal «7», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «δ», è la «c6» [il «3» è indicato in **rosso**].

c_2) Prendiamo in considerazione il numero «6»; il «6» è presente sia nelle righe e «2» e «3» sia nelle regioni e «α» e «γ» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «1» sia nella regione «β».

Il numero «6» e altresì presente nella colonna «e», mentre la colonna «f» è già occupata dall'«8», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «β», è la «d1» [il «6» è indicato in **azzurro**].

c_3) Prendiamo in considerazione il numero «6»; il «6» è presente sia nelle colonne e «d» e «e» sia nelle regioni e «β» e «ε» per cui può essere inserito soltanto sia nella colonna «f» sia nella regione «θ».

Il numero «6» e altresì presente nella riga «7», mentre la riga «8» è già occupata dal «9», per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «θ», è la «f9» [il «6» è indicato in **verde**].

b

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3			7	8			
2	6			1	9	5			8
3		9	8				5	6	
4	8				6				3
5	4		6	8		3			1
6	7				2		8		6
7		6					2	8	
8		8		4	1	9			5
9					8			7	9

c

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3		6	7	8			
2	6			1	9	5			8
3		9	8				5	6	
4	8				6				3
5	4		6	8		3			1
6	7		3		2		8		6
7		6					2	8	
8		8		4	1	9			5
9					8	6		7	9

d_1) prendiamo in considerazione il numero «6»; il «6» è presente sia nelle righe e «7» e «9» sia nelle regioni e «η» e «θ» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «2» sia nella regione «ι».

Il numero «6» e altresì presente nelle colonne e «h» e «i» per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «ι», è la «g8» [il «6» è indicato in **rosso**].

d_2) prendiamo in considerazione il numero «2»; il «2» è presente nella colonna «e» e lo vogliamo inserire nella regione «θ».

Il numero «2» e altresì presente nelle righa «7», mentre la riga «7» è già occupata, per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «θ», è la «d9» [il «2» è indicato in **Azzurro**].

d_3) Prendiamo in considerazione il numero «2»; il «2» è presente sia nelle colonne e «d» e «e» e lo vogliamo inserire nella regione «β».

Le celle e «f1» e «f2», nella colonna «f» sono già occupate, per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «β», è la «f7» [il «2» è indicato in **Verde**].

e$_1$) Prendiamo in considerazione il numero «4»; il «4» è presente nella colonna «d» e lo vogliamo inserire nella regione «β».

L'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «β», è la «e3» [il «4» è indicato in **rosso**].

e$_2$) Nell'unica cella libera «d3», nella regione «β», collochiamo il «3», che è l'unico numero che mancha [il «3» è indicato in **azzurro**].

e$_2$) Prendiamo in considerazione il numero «7»; il «7» è presente nella colonna «a» per cui nella riga «7» può essere collocato soltanto nella cella «i3» [il «7» è indicato in **verde**].

				d										e				
5	3		6	7	8				1	5	3		6	7	8			
6			1	9	5			8	2	6			1	9	5			8
	9	8			2	5	6		3		9	8	3	4	2	5	6	7
8				6				3	4	8				6				3
4		6	8		3			1	5	4		6	8		3			1
7		3		2		8		6	6	7		3		2		8		6
	6					2	8		7		6					2	8	
	8		4	1	9	6		5	8		8		4	1	9	6		5
			2	8	6		7	9	9				2	8	6		7	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i		a	b	c	d	e	f	g	h	i

f$_1$) Collochiamo nella cella «a3» l'«1» poiché è l'unico numero che manca nella riga «7» [l'«1» è indicato in **rosso**].

f$_2$) Prendiamo in considerazione il numero «2»; il «2» è presente nella riga «3» per cui l'unica cella libera in cui collocarlo nella colonna «i» è nella «i1», nella regione «γ» [il «2» è indicato in **Azzurro**].

f$_3$) Completiamo la colonna «i» inserendo il «4», poiché ultimo numero rimasto, nella cella «i7» [il «4» è indicato in **verde**].

g$_1$) Il «5» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «e5», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «5» o nella colonna «e» [il «5» è indicato in **rosso**].

g$_1$) Collochiamo nella cella «e7» il «3», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «e» [il «3» è indicato in **azzurro**].

g$_2$) Prendiamo in considerazione la regione «ι» nella quale mancano e l'«1» e il «3», ma l'«1» è presente nella riga «8» per cui l'unica cella libera in cui collocarre l'«1» è nella regione «ι» è la cella «g9» [l'«1» è indicato in **verde**].

h$_1$) Completiamo la regione «ι» inserendo il «3», poiché ultimo numero rimasto, nella cella «h8» [il «3» è indicato in **rosso**].

h$_2$) Prendiamo in esame la riga «2» e la regione «η», nella quale vi sono due celle libere e manca e il «2» e il «7», ma il «7» è già presente nella colonna «a» pertanto il «7» deve essere collocato nella cella «c8» [il «7» è indicato in **azzurro**].

h$_3$) Collochiamo nella cella «a8» il «2», poiché è l'unico numero che manca nella riga «2» [il «2» è indicato in **verde**].

f

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3		6	7	8			2
2	6			1	9	5			8
3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
4	8				6				3
5	4		6	8		3			1
6	7		3		2		8		6
7		6					2	8	4
8		8		4	1	9	6		5
9				2	8	6		7	9

g

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3		6	7	8			2
2	6			1	9	5			8
3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
4	8				6				3
5	4		6	8	5	3			1
6	7		3		2		8		6
7		6			3		2	8	4
8		8		4	1	9	6		5
9				2	8	6	1	7	9

i_1) Il «3» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «a9», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «1» o nella colonna «a» [il «3» è indicato in **rosso**].

i_2) Collochiamo nella cella «a7» il «9», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «a» [il «9» è indicato in **azzurro**].

i_3) Analizzando la riga «9», i numeri e «4» e «5» per cui nella cella «c7» collochiamo l'«1» in quanto l'ultimo numero rimanebbe [l'«1» è indicato in **verde**].

h

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3		6	7	8			2
2	6			1	9	5			8
3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
4	8				6				3
5	4		6	8	5	3			1
6	7		3		2		8		6
7		6			3		2	8	4
8	2	8	7	4	1	9	6	3	5
9				2	8	6	1	7	9

i

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3		6	7	8			2
2	6			1	9	5			8
3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
4	8				6				3
5	4		6	8	5	3			1
6	7		3		2		8		6
7	9	6	1		3		2	8	4
8	2	8	7	4	1	9	6	3	5
9	3			2	8	6	1	7	9

l_1) Il «7» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «f7», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «3» o nella colonna «f» [il «7» è indicato in **rosso**].

i_2) Collochiamo nella cella «d7» il «5», poiché è l'unico numero che manca nella riga «3» [il «5» è indicato in **azzurro**].

l_3) Il «9» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «d6», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «4» o nella colonna «d» [indicato in **verde**].

m_1) Collochiamo nella cella «d4» il «7», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «d» [il «7» è indicato in **rosso**].

m$_2$) Prendiamo in considerazione il numero «1»; l'«1» è presente sia nelle colonne e «g» e «i» sia nelle regioni e «θ» e «ι» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «h» sia nella regione «γ».

Il numero «1» e altresì presente nelle righe e «2» e «3» per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «γ», è la «h1» [indicato in **azzurro**].

m$_3$) Prendiamo in considerazione il numero «7»; il «7» è presente sia nelle colonne e «a» e «c» sia nelle regioni e «δ» e «η» per cui può essere inserito soltanto sia nella riga «b» sia nella regione «α».

Il numero «7» e altresì presente nelle righe e «1» e «3» per cui l'unica cella possibile in cui collocarlo, nella regione «α», è la «b2» [il «7» è indicato in **verde**].

l

5	3		6	7	8			2	1
6			1	9	5			8	2
1	9	8	3	4	2	5	6	7	3
8				6				3	4
4		6	8	5	3			1	5
7		3	9	2		8		6	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4	7
2	8	7	4	1	9	6	3	5	8
3			2	8	6	1	7	9	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

m

5	3		6	7	8		1	2
6	7		1	9	5			8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8			7	6				3
4		6	8	5	3			1
7		3	9	2		8		6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3			2	8	6	1	7	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i

n$_1$) Il «2» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «b5», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «5» o nella colonna «b» [il «2» è indicato in **rosso**].

n$_2$) Il «2» è l'unico numero che possiamo collocare nella cella «c2», poiché tutti gli altri sono presenti o nella riga «2» o nella colonna «c» [indicato in **azzurro**].

n$_3$) Collochiamo il «4» nella cella «c1», poiché è l'unico numero che manca nella regione «α» [il «4» è indicato in **verde**].

n

5	3	4	6	7	8		1	2	1
6	7	2	1	9	5			8	2
1	9	8	3	4	2	5	6	7	3
8			7	6				3	4
4	2	6	8	5	3			1	5
7		3	9	2		8		6	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4	7
2	8	7	4	1	9	6	3	5	8
3			2	8	6	1	7	9	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

o

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8			7	6				3
4	2	6	8	5	3			1
7		3	9	2		8		6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3			2	8	6	1	7	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i

o_1) Collochiamo il «9» nella cella «g1», poiché è l'unico numero che manca nella riga «1» [il «9» è indicato in rosso].

o_2) Prendiamo in considerazione il numero «4»; e nella riga «2» e nella regione «γ» mancano soltanto e il «3» e il «4».

Il numero «3» è altresì presente nella colonna «h», per cui l'unica cella in cui collocare il «4», nella regione «γ», è la «h2» [il «4» è indicato in azzurro].

o_3) Collochiamo il «3» nella cella «g2», poiché è l'unico numero che manca nella regione «γ» [il «3» è presente poiché e indicato in verde].

p_1) Nella regione «η» mancano i numeri e «4» e «5», ma il «4» è già presente nella colonna «c»; nella cella «c9» dobbiamo collocare, pertanto, il «5» [il «5» è indicato in rosso].

p_2) Collochiamo il «4» nella cella «b9», poiché è l'unico numero che manca nella regione «η» [il «4» è indicato in azzurro].

p_3) Collochiamo il «9» nella cella «c4», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «c» [il «9» è indicato in verde].

q_1) Nella righa 5, mancano i numeri e «7» e «9», ma il «9» e presente nella colonna «g»; nella cella «g5» dobbiamo collocare, pertanto, il «7» [il «7» è indicato in rosso].

q_2) Collochiamo il «9» nella cella «h5», poiché è l'unico numero che manca nella riga «5» [il «9» è indicato in azzurro].

q_3) Collochiamo il «4» nella cella «g4», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «g» [il «4» è indicato in verde].

				p										q				
5	3	4	6	7	8	9	1	2	1	5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8	2	6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7	3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
8		9	7	6				3	4	8		9	7	6		4		3
4	2	6	8	5	3			1	5	4	2	6	8	5	3	7	9	1
7		3	9	2		8		6	6	7		3	9	2		8		6
9	6	1	5	3	7	2	8	4	7	9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5	8	2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9	9	3	4	5	2	8	6	1	7	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i		a	b	c	d	e	f	g	h	i

r_1) Nella colonna «h», mancano i numeri e «2» e «5», ma il «2» e presente nella riga «6»; nella cella «h6» dobbiamo collocare, pertanto, il «5» [il «5» è indicato in rosso].

r_2) Collochiamo il «2» nella cella «h4», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «h» [il «2» è indicato in azzurro].

r_3) Nella riga «6», mancano i numeri e «1» e «4», ma il «4» e presente nella colonna «b»; nella cella «b6» dobbiamo collocare, pertanto, l'«1» [l'«1» è indicato in verde].

s_1) Collochiamo il «4» nella cella «f6», poiché è l'unico numero che manca nella riga «6» [il «4» è indicato in rosso].

s_2) Collochiamo l'«1» nella cella «f4», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «f» [l'«1» è indicato in azzurro].

s_3) Collochiamo il «5» nella cella «b4», poiché è l'unico numero che manca nella colonna «b» [il «5» è indicato in verde].

				r										s				
5	3	4	6	7	8	9	1	2	1	5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8	2	6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7	3	1	9	8	3	4	2	5	6	7
8		9	7	6		4	2	3	4	8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1	5	4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2		8	5	6	6	7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4	7	9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5	8	2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9	9	3	4	5	2	8	6	1	7	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i		a	b	c	d	e	f	g	h	i

I numeri inseriti durante il procedimento di risoluzione, sono stati indicati con una sottolineatura singola in «**marrone**».

5	3	**4**	**6**	7	**8**	**9**	**1**	**2**
6	**7**	**2**	1	9	5	**3**	**4**	**8**
1	9	8	**3**	**4**	**2**	**5**	6	**7**
8	**5**	**9**	**7**	6	**1**	**4**	**2**	3
4	**2**	**6**	8	**5**	3	**7**	**9**	1
7	**1**	**3**	**9**	2	**4**	**8**	**5**	6
9	6	**1**	**5**	**3**	**7**	2	8	**4**
2	**8**	**7**	4	1	9	**6**	**3**	5
3	**4**	**5**	**2**	8	**6**	**1**	7	9

Un altro eventuale procedimento risolutivo

Dalla costatazione che in una eventuale versione stampata in scala di grigi i vari colori sono difficilmente distinguibili poiché hanno quasi la stessa intensità, si è ritenuto opportuno, per renderli più riconoscibili, di abbinarvi una sottolineatura.

In tutti gli schemi seguenti, i numeri in ***verde*** hanno una sottolineatura singola «N», i numeri in ***rosso*** hanno una sottolineatura doppia «N», i numeri candidati in ***azzurro*** (più piccoli) hanno una sottolineatura singola «N».

a$_1$) Fra i numeri candidati, nella cella «d1» l'«1» compare da solo, nella cella «b2» il «4» compare da solo, nella cella «f2» il «2» compare da solo, nella cella «h3» il «3» compare da solo, nella cella «c4» il «3» compare da solo, nella cella «i6» il «3» compare da solo.

a$_2$) Analizzando la riga «1», possiamo costatare che la cella «h1» è l'unica che ha il «2» come numeri candidati.

Analizzando la riga «3», possiamo costatare che la cella «e3» è l'unica che ha il «4» come numeri candidati.

Analizzando la riga «4», possiamo costatare che la cella «g4» è l'unica che ha il «9» come numeri candidati.

Analizzando la riga «6», possiamo costatare che la cella «e6» è l'unica che ha il «8» come numeri candidati.

Analizzando la riga «9», possiamo costatare che la cella «d9» è l'unica che ha il «7» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «b», possiamo costatare che la cella «b4» è l'unica che ha il «5» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «c», possiamo costatare che la cella «c9» è l'unica che ha l' «8» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «e», possiamo costatare che la cella «e2» è l'unica che ha il «5» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «h», possiamo costatare che la cella «h1» è l'unica che ha il «2» come numeri candidati.

x

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5				6	8	7		4
2	7			3				1	9
3	8	2		9		7	6		5
4	2				7	6		8	1
5	9		7	5				6	2
6	1	6	4	2			5	7	
7			2			4	1		8
8			5					4	
9	4	1				5	2		6I

a

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3 9	1 3 9	1	6	8	7	2 3 9	4
2	7	4	6	3	2 4 5	2	8	1	9
3	8	2	1 3	9	1 4	7	6	3	5
4	2	3 5	3	4	7	6	3 4 9	8	1
5	9	3 8	7	5	1 3 4 8	1 3	3 4	6	2
6	1	6	4	2	3 8 9	3 9	5	7	3
7	3 6	3 7 9	2	6 7	3 9	4	1	3 5 9	8
8	3 6	3 7 8 9	5	1 6 7 8	1 2 3 8 9	1 2 3 9	3 9	4	3 7
9	4	1	3 8 9	7 8	3 8 9	5	2	3 9	6

b$_1$) Si inserisce, pertanto, in ogni cella sia il rispettivo unico numero candidato [indicati in **rosso**] sia il numero candidato che compare in una sola cella o di una riga o di una colonna [indicati in **verde**].

c$_1$) Si eliminano i numeri candidati dalle celle in cui sicuramente non possono più comparire; per esempio: nella cella «d1» della riga «1», è stato inserito il numero «1», per cui il numero «1» deve essere cancellato dai numeri candidati di tutte le celle sia della riga «1» sia della colonna «d».

Per chiarezza, i numeri candidati da eliminare nono stati indicati in azzurro nel precedente schema **b)**.

c_2) Fra i numeri candidati, nella cella «c1» il «9» compare da solo, nella cella «c3» l'«1» compare da solo, nella cella «f6» il «9» compare da solo, nella cella «g8» il «3» compare da solo, nella cella «i8» il «7» compare da solo, nella cella «h9» il «9» compare da solo.

c_3) Analizzando la riga «1», possiamo costatare che la cella «b1» è l'unica che ha il «3» come numeri candidati.

Analizzando la riga «5», possiamo costatare che la cella «b5» è l'unica che ha l'«8» come numeri candidati.

Analizzando la riga «9», possiamo costatare che la cella «e9» è l'unica che ha il «3» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «d», possiamo costatare che la cella «d8» è l'unica che ha l' «8» come numeri candidati.

Analizzando la colonna «e», possiamo costatare che la cella «e8» è l'unica che ha il «2» come numeri candidati.

b

5	3 9	1 3 9	1	6	8	7	2	4	1
7	4	6	3	5	2	8	1	9	2
8	2	1 3	9	4	7	6	3	5	3
2	5	3	4	7	6	9	8	1	4
9	3 8	7	5	1 3 4 8	1 3	3 4	6	2	5
1	6	4	2	8	3 9	5	7	3	6
3 6	3 7 9	2	6 7	3 9	4	1	5	8	7
3 6	3 7 8 9	5	1 6 7 8	1 2 3 8 9	1 2 3 9	3 9	4	3 7	8
4	1	8	7	3 8 9	5	2	3 9	6	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

c

1	5	3 9	9	1	6	8	7	2	4
2	7	4	6	3	5	2	8	1	9
3	8	2	1	9	4	7	6	3	5
4	2	5	3	4	7	6	9	8	1
5	9	3 8	7	5	1 3	1 3	3 4	6	2
6	1	6	4	2	8	9	5	7	3
7	3 6	3 7 9	2	6	3 9	4	1	5	8
8	3 6	3 7 8 9	5	6 8	1 2 3 8 9	1 3 9	3	4	7
9	4	1	8	7	3 9	5	2	9	6
	a	b	c	d	e	f	g	h	i

d_1) Si inserisce, pertanto, in ogni cella sia il rispettivo unico numero candidato [indicati in **rosso**] sia il numero candidato che compare in una sola cella o di una riga o di una colonna [indicati in **verde**].

e\ $_1$) Si eliminano i numeri candidati dalle celle in cui sicuramente non possono più comparire; per esempio: nella cella «d1» della riga «1», è stato inserito il numero «1», per cui il numero «1» deve essere cancellato dai numeri candidati di tutte le celle sia della riga «1» sia della colonna «d».

Per chiarezza, i numeri candidati da eliminare nono stati indicati in azzurro nel precedente schema **d)**.

e_2) Fra i numeri candidati, nella cella «g4» il «9» compare da solo, nella cella «e5» l'«1» compare da solo, nella cella «g5» il «4» compare da solo, nella cella «d7» il «6» compare da solo, nella cella «e7» il «9» compare da solo, nella cella «a8» il «6» compare da solo, nella cella «b8» il «9» compare da solo, nella cella «f8» l'«1» compare da solo.

e_3) Analizzando la riga «5», possiamo costatare che la cella «f5» è l'unica che ha il «3» come numeri candidati.

Analizzando la riga «7», possiamo costatare che la cella «a7» è l'unica che ha il «3» come numeri candidati.

1

d

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3	9	1	6	8	7	2	4
2	7	4	6	3	5	2	8	1	9
3	8	2	1	9	4	7	6	3	5
4	2	5	3	4	7	6	9	8	1
5	9	8	7	5	[1 3]	[1 3]	[3 4]	6	2
6	1	6	4	2	8	9	5	7	3
7	[3 6]	[3 7 9]	2	[6]	[3 9]	4	1	5	8
8	[3 6]	[3 7 8 9]	5	8	2	[1 3 9]	3	4	7
9	4	1	8	7	3	5	2	9	6

e

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3	9	1	6	8	7	2	4
2	7	4	6	3	5	2	8	1	9
3	8	2	1	9	4	7	6	3	5
4	2	5	3	4	7	6	[9]	8	1
5	9	8	7	5	[1]	[1 3]	[4]	6	2
6	1	6	4	2	8	9	5	7	3
7	[3 6]	[7 9]	2	[6]	[9]	4	1	5	8
8	[6]	[9]	5	8	2	[1]	3	4	7
9	4	1	8	7	3	5	2	9	6

f₁) Si inserisce, pertanto, in ogni cella sia il rispettivo unico numero candidato [indicati in **rosso**] sia il numero candidato che compare in una sola cella o di una riga o di una colonna [indicati in **verde**].

f₂) Analizzando la riga «7», possiamo costatare che nella cella «b7» può essere inserito soltanto il numero «7».

g₁) Il Sudoku è stato completato.

I numeri in **marrone**, inseriti durante il procedimento di risoluzione, sono stati indicati con una sottolineatura singola «**N**».

f

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3	9	1	6	8	7	2	4
2	7	4	6	3	5	2	8	1	9
3	8	2	1	9	4	7	6	3	5
4	2	5	3	4	7	6	9	8	1
5	9	8	7	5	1	3	4	6	2
6	1	6	4	2	8	9	5	7	3
7	3	[7 9]	2	6	9	4	1	5	8
8	6	9	5	8	2	1	3	4	7
9	4	1	8	7	3	5	2	9	6

g

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3	9	1	6	8	7	2	4
2	7	4	6	3	5	2	8	1	9
3	8	2	1	9	4	7	6	3	5
4	2	5	3	4	7	6	9	8	1
5	9	8	7	5	1	3	4	6	2
6	1	6	4	2	8	9	5	7	3
7	3	7	2	6	9	4	1	5	8
8	6	9	5	8	2	1	3	4	7
9	4	1	8	7	3	5	2	9	6

I Sudoku diabolici

Il matematico finlandese **Arto Inkala** ha realizzato, in tre mesi di lavoro e con l'ausilio di un particolare software da lui stesso ideato, quello che alcuni ritengono sia il Sudoku più difficile al mondo (schema «$\mathbf{x_1}$»); questo Sudocu è stato realizzato su incarico della **Efamol**, una casa farmaceutica che produce e commercializza un integratore per il cervello a base di omega-3.

Oreste Bertoli, che segue le proposte di Polymath, ci segnala di aver trovato la soluzione esatta con un lavoro di una ventina di ore (schema «$\mathbf{x_2}$»).

x_1

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			5	3					
2	8							2	
3		7			1		5		
4	4					5	3		
5		1			7				6
6			3	2				8	
7		6		5					9
8			4					3	
9						9	7		

x_2

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	4	5	3	2	7	6	9	8
2	8	3	9	6	5	4	1	2	7
3	6	7	2	9	1	8	5	4	3
4	4	9	6	1	8	5	3	7	2
5	2	1	8	4	7	3	9	5	6
6	7	5	3	2	9	6	4	8	1
7	3	6	7	5	4	2	8	1	9
8	9	8	4	7	6	1	2	3	5
9	5	2	1	8	3	9	7	6	4

Un altro Sudoku diablolico (schema «$\mathbf{y_1}$») con la relativa soluzione (schema «$\mathbf{y_2}$»).

y_1

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1				2				8	1
2									
3	1	5	8	4	3				
4			6		4	5			
5				1					3
6	4	9		7	2				
7	3							6	4
8	6				7		1		
9		1	7						9

y_2

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	9	6	4	2	5	7	3	8	1
2	7	2	3	8	9	1	6	4	5
3	1	5	8	4	3	6	9	7	2
4	8	3	6	9	4	5	2	1	7
5	5	7	2	1	6	8	4	9	3
6	4	9	1	7	2	3	8	5	6
7	3	8	9	5	1	2	7	6	4
8	6	4	5	3	7	9	1	2	8
9	2	1	7	6	8	4	5	3	9

Per risolvere questi Sudocu, si sono dovute applicare tecniche molto avanzate come: la ***X-Wing***, la ***XY-Wing***, la ***Naked Pairs***, la ***Remote Pairs***, la ***BUG+1***, la ***Skyscraper***.

I Sudoku minimi

Normalmente, il Sudoku deve avere una sola soluzione, altrimenti il puzzle non è valido; per essere sicuri di ciò, i puzzles sono presentati con un numero di cifre già presenti nella griglia iniziale, lasciando al giocatore la deduzione delle rimanenti cifre da inserire nelle celle libere.

Al momento il migliore risultato ottenuto sul minimo numero richiesto nella griglia iniziale è di «17» cifre; questo risultato è stato ottenuto dal professore di matematica **Gordon Royle** dell'Università dell'Australia.

Gary McGuire dello University College di Dublino ha pubblicato su **arXiv un articolo**, scritto insieme a E **Bastian Tugemann** e **Gilles Civario**, che dimostra che effettivamente «17» è il limite cercato.

Un qualunque schema di Sudoku con sedici o meno caselle riempite ha più di una soluzione (o parimenti, in termini più rigorosi, non ha alcuna soluzione); la scoperta è stata resa nota da **Nature**:

Tutte le griglie con «17» entrate iniziali, vengono chiamate i ***Sudoku minimi***; al momento si conoscono «47 793» diversi *Sudoku minimi*.

Per avere un'unica soluzione, dobbiamo garantirci che nella griglia iniziale ci siano almeno «17» numeri e che questi siano rappresentati da 8 diverse cifre; per esempio con una sequenza del tipo: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 2, 2, 3, 4, 1, 1, 9, 4, 7, 2.

x_1

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5			4				2	6
2	4					3			
3								1	
4	2						3		
5					1				
6			6						
7				2			8		
8		6	7						
9		1		5					

x_2

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	3	1	4	8	7	9	2	6
2	4	2	9	1	6	3	5	8	7
3	6	7	8	9	2	5	4	1	3
4	2	8	4	6	5	9	3	7	1
5	7	9	3	8	1	2	6	4	5
6	1	5	6	7	3	4	2	9	8
7	3	4	5	2	7	1	8	6	9
8	9	6	7	3	4	8	1	5	2
9	8	1	2	5	9	6	7	3	4

Curiosita

I Sudoku Pari e Dispari

In questa variante del Sudoku, abbiamo la classica griglia «9 x 9» con i numeri dall'1 al 9; come sempre la griglia si divide in e *righe* e *colonne* e *regioni* «3 × 3» e, all'interno di ciascuna o riga o colonna o regione, si devono trovare tutti i numeri, senza ripetizioni.

Abbiamo però un indizio in più: alcune caselle sono colorate altre sono bianche; quelle colorate possono contenere solo numeri pari, mentre quelle bianche ospitano i dispari.

Vediamo un esempio con la relativa risoluzione.

x

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1						9	6	8	
2				6	1		2	3	7
3		2	8				1		9
4	8		5	3	2			7	
5		1	4	5				9	2
6				9	8	4			5
7	9	8		7	6		5		3
8			7	1	4		9		
9				8	9	5	7	2	

a

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	7	3	2	5	9	6	8	4
2	5	4	9	6	1	8	2	3	7
3	6	2	8	4	3	7	1	5	9
4	8	9	5	3	2	1	4	7	6
5	3	1	4	5	7	6	8	9	2
6	7	6	2	9	8	4	3	1	5
7	9	8	1	7	6	2	5	4	3
8	2	5	7	1	4	3	9	6	8
9	4	3	6	8	9	5	7	2	1

I Sudoku letterari

Il ***Sodoku letterario*** si addice a chi non ama i numeri; le regole sono le stesse, solo che al posto dei numeri dall'«1» al «9» si usano le lettere dall'«A» all'«I».

Lo scopo è completare lo schema, ma con le lettere, specie per chi è abituato a quello che utilizza i numeri, è tutta un'altra storia.

				x										a				
F		B					C		1	F	**H**	B	**A**	**G**	**D**	**I**	C	**E**
	G			I		D		F	2	**A**	G	**C**	**E**	I	**H**	D	**B**	F
			C			H			3	**E**	**D**	**I**	C	**F**	**B**	H	**A**	**G**
			F		I	E	H	B	4	**G**	**A**	**D**	F	**C**	I	E	H	B
	C						F		5	**B**	C	**H**	**G**	**D**	**E**	**A**	F	**I**
I	E	F	B		A				6	I	E	F	B	**H**	A	**C**	**G**	**D**
		A			G				7	**C**	**F**	A	**I**	**E**	G	**B**	**D**	**H**
D		E		A			I		8	D	**B**	E	**H**	A	**F**	**G**	I	**C**
	I					F		A	9	**H**	I	**G**	**D**	**B**	**C**	F	**E**	A
a	b	c	d	e	f	g	h	i		a	b	c	d	e	f	g	h	i

Il Sudoku letterario può essere utilizzato anche per tutti i Sudoku numerici utilizzando le lettere al posto dei numeri.

I Sudoku killer

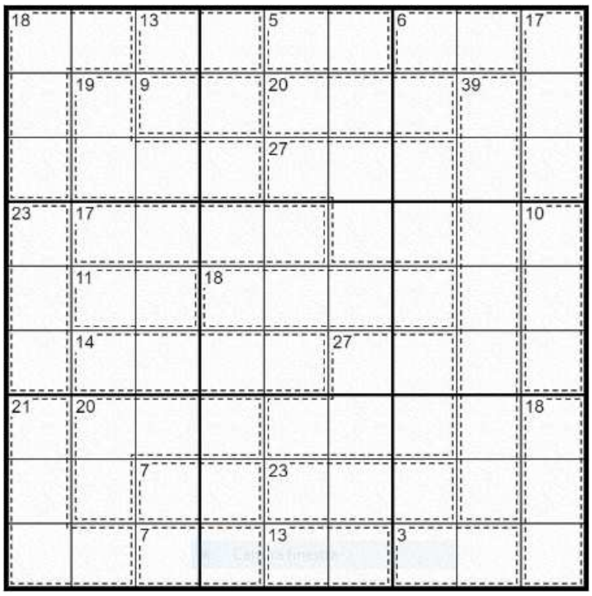
Questa variante è una sorta di incrocio fra il ***Sudoku classico*** e il ***Kakuro***.

Nel Sudoku killer vi sono una serie di "zone" individuate dal bordo a puntini e da un numerino in alto a sinistra: sommando i numeri contenuti in ciascuna zona (che devono essere tutti diversi) si ottiene proprio quel numerino.

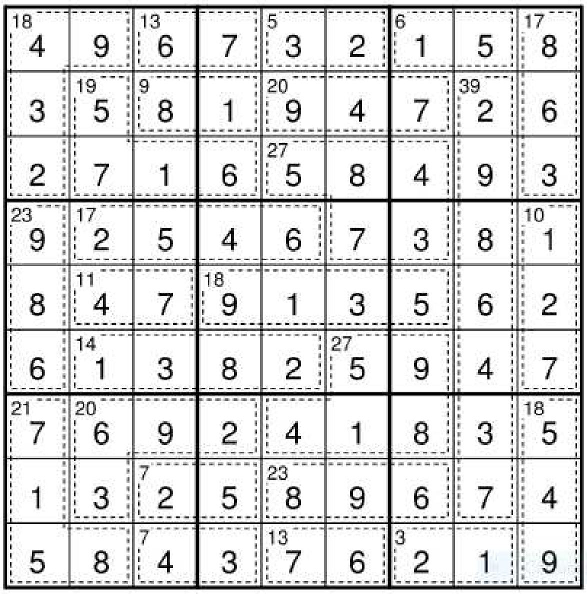
Valgono tutte le regole (e le tecniche) del sudoku, ma soprattutto per risolverlo sono utili le tecniche (e le tabelle!) che abbiamo sviluppato per il kakuro, infatti le *zone numeriche* corrispondono in qualche modo alle *definizioni* del kakuro; soprattutto all'inizio, perché in generale non vi sono indizi nello schema.

L'incrocio delle due serie di tecniche dà luogo a situazioni piuttosto interessanti e anche, bisogna ammetterlo, spesso complesse; in altre parole, il sudoku killer è una variante comunque impegnativa, anche quando gli schemi sono accessibili.

x



a



Per questi due diagrammi è stato utilizzato in programma presente in:
Daily Killer Sudoku.

I Sudoku (16 x 16)

I ***Sudoku 16x16*** sono una variante dei *Sudoku classici* ove la griglia principale, appunto di «256» celle (16x16) è suddivisa e in «16» ***righe*** orizzontali, e in «161» ***colonne*** verticali e in «16» *sottogriglie* di (4 × 4) *celle* contigue; queste *sottogriglie* sono delimitate da bordi in neretto e chiamate ***regioni*** (o blocchi).

Per risolvere il puzzle si devono inserire i numeri nelle celle in modo tale che ed in ogni riga ed in ogni colonna ed in ogni regione (4 x 4), ogni numero, dall'uno al sedici (1 ÷ 16), compaia una volta sola.

Nello schema «$\mathbf{y_1}$», sottostante, un esempio di *Sudoku 16x16*.

$\mathbf{y_1}$

			12		15	10		2	11		7				
15				5				3	6	9				2	
		8	3		2		16					9			4
11		10						4				3			16
	4	6						13		11				15	6
	13	14	6		3	7			2					11	
7			2	13				6	15		8		4		
						12	10								
		3			13							16			7
				3					7	2	16	12			
	10		11			9	15	5	13			4			
					16			10			14				
		12	8	2	1		5				9	6	10		
		13		9			4	11		5				16	
	15	9	5	8	6	3			4	14					13
		4		10				8			3		12		

Nello schema «$\mathbf{y_2}$», della pagina seguente, la soluzione del *Sudoku 16x16* «$\mathbf{y_2}$».

y_2

14	**9**	**6**	12	**4**	15	10	**3**	2	11	**16**	7	**1**	**5**	**13**	**8**
15	**1**	**7**	**4**	5	**11**	**13**	**8**	3	6	9	**12**	**14**	**16**	2	**10**
13	**5**	8	3	**12**	2	**6**	16	**14**	**10**	**1**	**15**	9	**11**	**7**	4
11	**2**	10	**16**	**14**	**9**	**1**	**7**	4	**5**	**8**	**13**	3	**6**	**12**	16
12	4	6	**10**	**16**	**8**	**2**	**9**	13	**14**	11	**1**	**7**	**3**	15	6
9	13	14	6	**15**	3	7	**1**	**16**	2	**10**	**4**	**5**	**8**	11	**12**
7	**3**	**1**	2	13	**5**	**14**	**11**	6	15	**12**	8	**10**	4	**9**	**16**
8	**16**	**11**	**15**	**6**	**4**	12	10	**9**	**3**	**7**	**5**	**2**	**13**	**14**	**1**
6	**14**	3	**9**	**1**	13	**5**	**2**	**12**	**8**	**4**	**11**	16	**15**	**10**	7
5	**8**	**15**	**13**	3	**10**	**4**	**14**	**1**	7	2	16	12	**9**	**6**	**11**
1	10	**16**	11	**7**	**12**	9	15	5	13	**3**	**6**	4	**14**	**8**	**2**
4	**12**	**2**	**7**	**11**	16	**8**	**6**	10	**9**	**15**	14	**13**	**1**	**3**	**5**
3	**7**	12	8	2	1	**11**	5	**15**	**16**	**13**	9	6	10	**4**	**14**
10	**6**	13	**1**	9	**14**	**15**	4	11	**12**	5	**2**	**8**	**7**	16	**3**
16	15	9	5	8	6	3	**12**	**7**	4	14	**10**	**11**	**2**	**1**	13
2	**11**	4	**14**	10	**7**	**16**	**13**	8	**1**	**6**	3	**15**	12	**5**	**9**

I Sudoku samurai

I ***Sudoku samurai*** sono una variante meno conosciuta dei *Sudoku classici*.

I puzzle di *Sudoku samurai* consistono di cinque griglie di sovrapposizione di Sudoku classico; ad ogni griglia (9 x 9) si applicano le regole standard del Sudoku.

Il Sudoku centrale condivide quattro (4) delle sue otto (8) regioni con i Sudoku esterni mediante sovrapposizione degli angoli.

Per risolvere il puzzle si devono inserire i numeri nelle celle in modo tale che ed in ogni riga ed in ogni colonna ed in ogni regione (3 x 3), ogni numero compaia una volta sola.

Il tempo necessario per completare l'inserimento dei numeri mancanti in tutte le celle è ovviamente più lungo rispetto al Sudoku classico (se ne devono risolvere più di quattro), ma, forse, la griglia centrele (9 x 9) ne facilita la risoluzione.

Nello schema «**x_1**», sottostante, un esempio di *Sudoku samurai*.

x_1

	8	4	5			6	1						9	7			1	5	2	
9				3	1			5				4			9	2				1
1								39				1								3
2							7						4							9
	6						3						3						8	
	1							8				7							6	
6								7				9								8
7			3	8				9				3				7	5			2
	9	2			7	3	6			9			7	2	4			1	3	
									9		4									
								2				6								
									2		7									
	1	9			7	4	2			5			9	3	4			8	6	
3			8	6				5				2				1	9			4
5								3				4								3
	7							9				6							8	
	3						6						4						5	
6							1						3							6
7								8				1								2
4				8	2			1				9			8	3				5
	8	2	9			5	3						7	5			2	9	4	

Nello schema «**x_2**», della pagina seguente, la soluzione del *Sudoku samurai* «**x_2**».

x_2

3	8	4	5	7	9	6	1	2
9	7	6	2	3	1	4	8	5
1	2	5	8	6	4	7	9	39
2	3	8	1	4	5	9	7	6
5	6	9	7	2	8	1	3	4
4	1	7	6	9	3	5	2	8
6	4	3	9	1	2	8	5	7
7	5	1	3	8	6	2	4	9
8	9	2	4	5	7	3	6	1

8	9	7	3	6	1	5	2	4
4	5	3	9	2	8	6	7	1
1	2	6	7	5	4	8	9	3
6	4	5	8	3	7	2	1	9
2	3	1	5	9	6	4	8	7
7	8	9	1	4	2	3	6	5
9	6	4	2	1	3	7	5	8
3	1	8	6	7	5	9	4	2
5	7	2	4	8	9	1	3	6

8	5	7	1	3	2	9	6	4
2	4	9	6	7	5	3	1	8
3	6	1	4	9	8	5	7	2
5	3	8	9	6	4	1	2	7
7	1	2	5	8	3	6	4	9
6	9	4	2	1	7	8	3	5
4	2	6	8	5	1	7	9	3
1	7	5	3	4	9	2	8	6
9	8	3	7	2	6	4	5	1

8	1	9	5	3	7	4	2	6
3	2	4	8	6	9	1	7	5
5	6	7	4	2	1	9	8	3
2	7	8	6	1	4	3	5	9
9	3	1	2	7	5	8	6	4
6	4	5	3	9	8	7	1	2
7	9	6	1	5	3	2	4	8
4	5	3	7	8	2	6	9	1
1	8	2	9	4	6	5	3	7

7	9	3	4	2	5	8	6	1
2	8	6	3	1	9	5	7	4
4	5	1	7	8	6	2	9	3
6	1	9	2	5	3	4	8	7
8	4	2	6	7	1	3	5	9
5	3	7	9	4	8	1	2	6
1	6	8	5	9	4	7	3	2
9	2	4	8	3	7	6	1	5
3	7	5	1	6	2	9	4	8

I Sudoku massimali

Ci si potrebbe chiedere qual è il **massimo** numero di celle riempite per cui si ha comunque un Sudoku che abbia almeno due soluzioni; il massimo teorico è «77».

Se in o una riga o una colonna manca una sola cella essa è immediatamente riempibile, quindi ne devono mancare almeno due, e la configurazione minimale è quella con quattro caselle mancanti ai lati di un rettangolo.

Nello schema «**x**», qui sotto, un esempio di Sodoku con le «77» celle riempite.

x

1	5	9	2	8	6	4	7	3	1
2	3	7	1	5	4	8	9	6	2
4	8	6	3	9	7	5	2	1	3
9	1	2	8	4	3	7	6	5	4
3	4	5			9	1	8	2	5
6	7	8	5	2	1	3	4	9	6
8	6	1	4	3	2	9	5	7	7
5	9	3			8	2	1	4	8
7	2	4	9	1	5	6	3	8	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

Negli schemi e «$\mathbf{x_a}$» e «$\mathbf{x_b}$» le due soluzioni possibili

$\mathbf{x_a}$

1	5	9	2	8	6	4	7	3	1
2	3	7	1	5	4	8	9	6	2
4	8	6	3	9	7	5	2	1	3
9	1	2	8	4	3	7	6	5	4
3	4	5	**6**	**7**	9	1	8	2	5
6	7	8	5	2	1	3	4	9	6
8	6	1	4	3	2	9	5	7	7
5	9	3	**7**	**6**	8	2	1	4	8
7	2	4	9	1	5	6	3	8	9
a	b	c	d	e	f	g	h	i	

$\mathbf{x_b}$

1	5	9	2	8	6	4	7	3
2	3	7	1	5	4	8	9	6
4	8	6	3	9	7	5	2	1
9	1	2	8	4	3	7	6	5
3	4	5	**7**	**6**	9	1	8	2
6	7	8	5	2	1	3	4	9
8	6	1	4	3	2	9	5	7
5	9	3	**6**	**7**	8	2	1	4
7	2	4	9	1	5	6	3	8
a	b	c	d	e	f	g	h	i

I Kakuro

Il ***Kakuro*** è un gioco di logica combinatoria giapponese come il ***Sudoku*** e come quest'ultimo ha delle regole molto semplici, ma per risolverlo servono ingegno e attenzione.

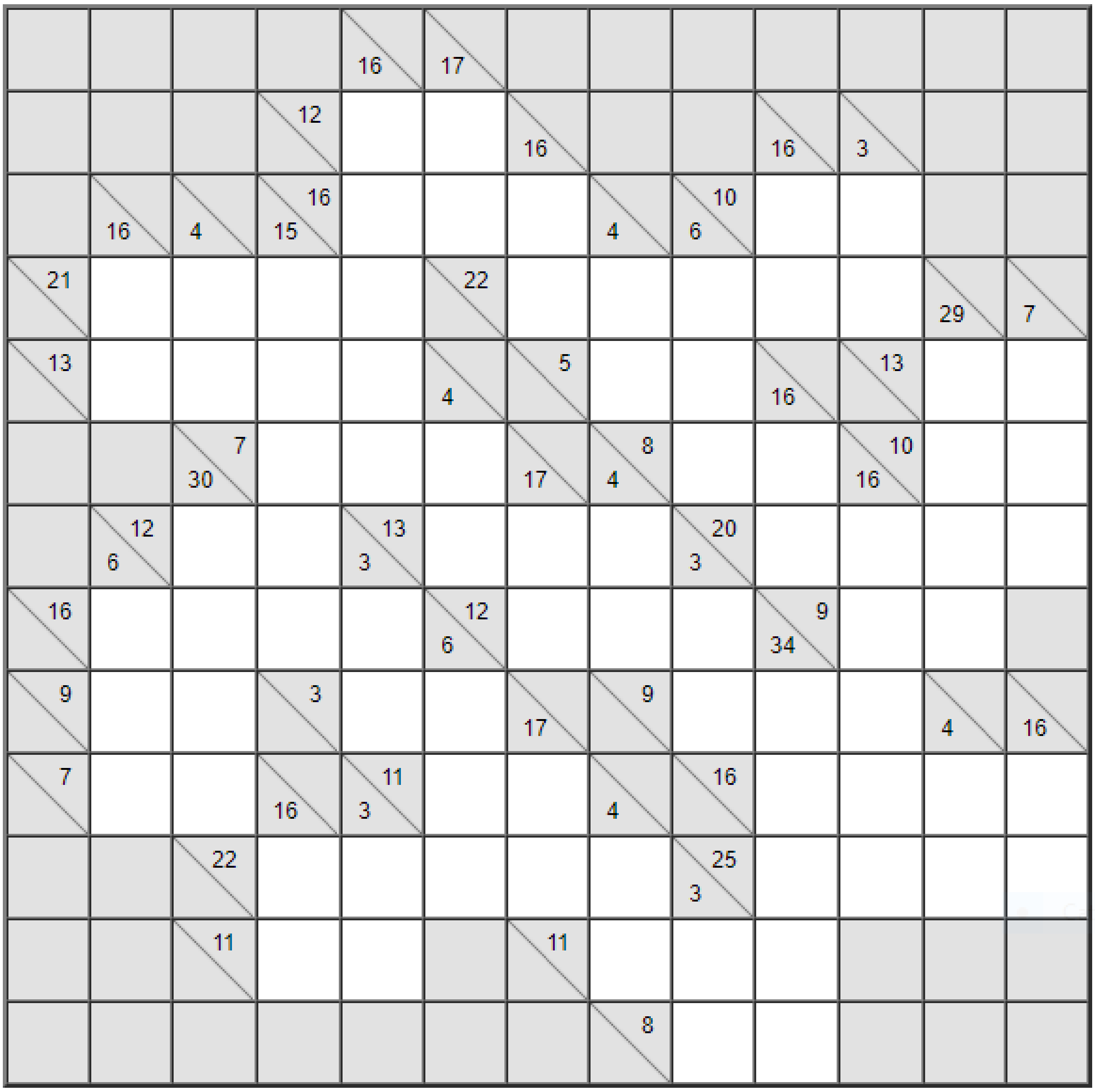
La griglia è composta sia di celle più scure inutilizzate sia di celle chiare vuote, in cui scriveremo i numeri, sia di caselle scure divise a metà dalla diagonale che va dall'angolo in alto a sinistra a quello in basso a destra, con o uno o due numerini scritti al loro interno che rappresentano la chiave della *soluzione* del Kakuro.

Ad eccezione della prima riga in alto e della colonna più a sinistra, che sono completamente scure, la griglia, proprio come un cruciverba, è divisa in *soluzioni*, linee ortogonali di celle bianche, dalle celle scure divise in diagonale.

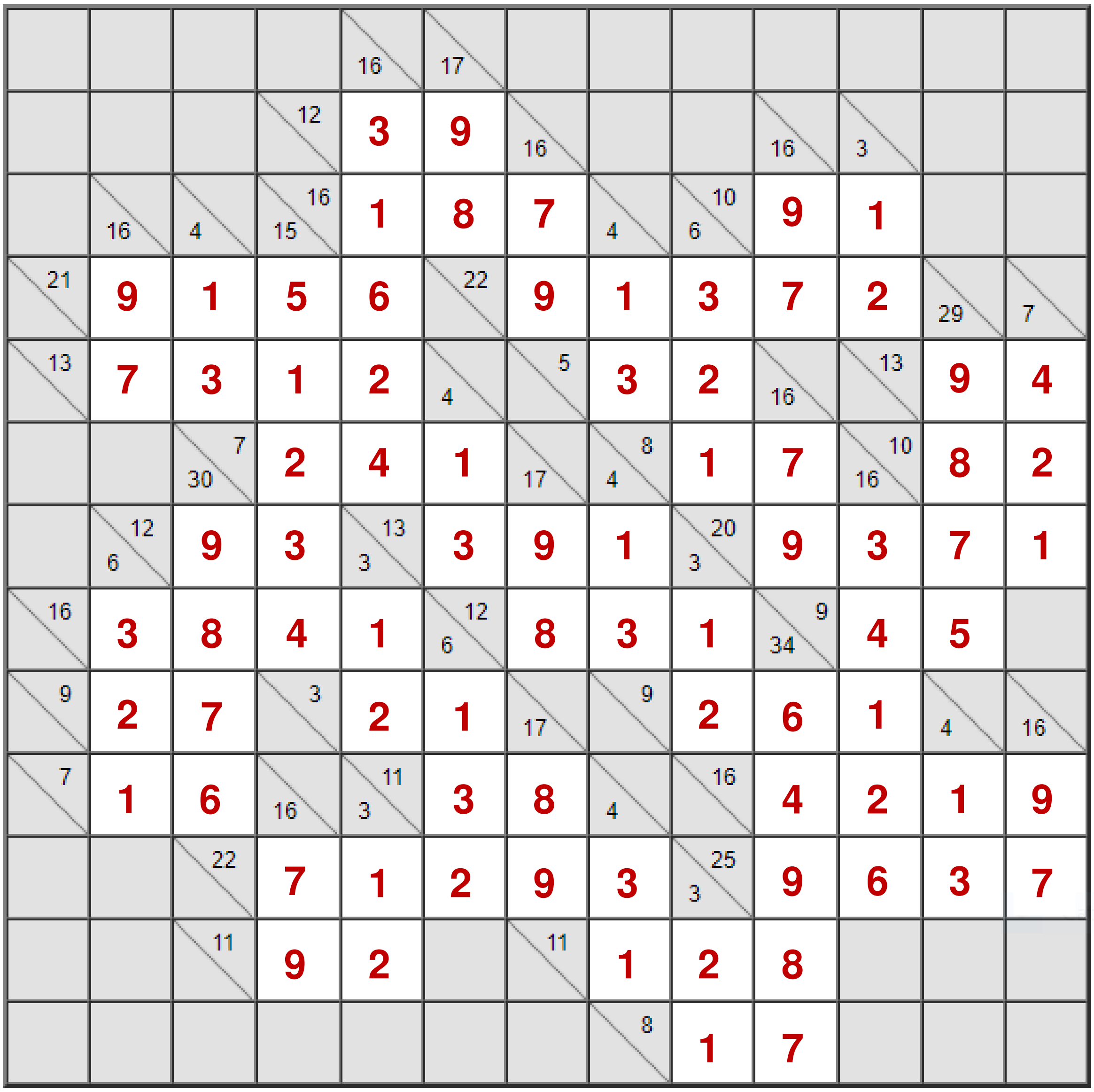
Le stesse celle nere non sono interamente piene ma piuttosto contengono una barra diagonale dall'angolo in alto a sinistra a quello in basso a destra e un numero o in una o in entrambe le metà, così che ciascuna *soluzione orizzontale* ha un numero nella mezza cella scura in alto a destra e ciascuna *soluzione verticale* ne ha uno nella mezza cella scura in basso a sinistra; questi numeri, seguendo la terminologia presa a prestito dal cruciverba, sono detti *definizioni*.

L'obiettivo del rompicapo è di inserire una cifra da «1» a «9» in ogni cella bianca così che la somma dei numeri in ogni *soluzione* sia pari alla *definizione* associata ad essa e che nessuna cifra sia presente due volte nella stessa soluzione; questo vincolo alla duplicazione porta a creare i Kakuro con un'unica soluzione possibile.

Il classico *Kakuro* si gioca di solito in una griglia «16 × 16», ma può avere altre dimensioni; nel Kakuro qui in basso si è, infatti, utilizzata una griglia «13 x 13».



Appresso, la soluzione.



Per questi due diagrammi è stato utilizzato il programma presente in:
Goobix.

Tabelle

Tabella delle somme univoche

Riportiamo di seguito la lista completa delle *combinazioni uniche* (Tabella delle somme) utili per la risoluzione e dei ***Killer Sodoku*** e dei ***Kakuro***; per ogni lunghezza della combinazione (numero di cifre) sono mostrate le possibili somme e i numeri da cui sono composte.

n° cifre	Somma	Cifre
2	3 4 16 17	1 + 2 1 + 3 7 + 9 8 + 9
3	6 7 23 24	1 + 2 + 3 1 + 2 + 4 6 + 8 + 9 7 + 8 + 9
4	10 11 29 30	1 + 2 + 3 + 4 1 + 2 + 3 + 5 5 + 7 + 8 + 9 6 + 7 + 8 + 9
5	15 16 34 35	1 + 2 + 3 + 4 + 5 1 + 2 + 3 + 4 + 6 4 + 6 + 7 + 8 + 9 5 + 6 + 7 + 8 + 9
6	21 22 38 39	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
7	28 29 41 42	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
8	36 37 38 39 40 41 42 43 44	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 + 9 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 1 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
9	45	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

Indice analitico